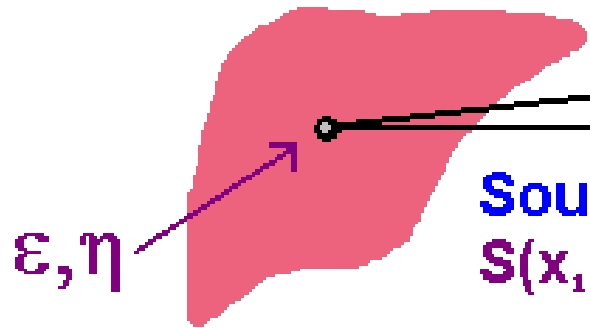


Lecture 2

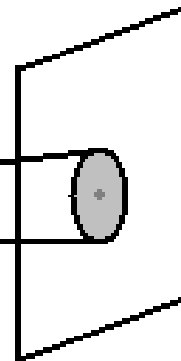
Object-Image dependency

Liver Lobe



ϵ, η

Source
 $S(x_1, y_1)$



$h(x_2, y_2; \epsilon, \eta)$

Image at Detector
 $I(x_2, y_2)$

Spatial dependence of image points to object points

1st signal at image location (x,y)

$$g'(x, y) = h(x, y, \alpha', \beta', (f'(\alpha', \beta')))$$

2nd signal at the same location:

$$g''(x, y) = h(x, y, \alpha', \beta', (f''(\alpha', \beta')))$$

Spatial dependence of image points to object points

Linear system:

$$g'(x, y) = h(x, y, \alpha', \beta') f(\alpha', \beta')$$

خطي بودن (Linearity) نشان دهنده میزان هماهنگی و سازگاری تغییرات خروجی سیستم (output) نسبت به تغییرات ورودی آن (Input) است.

- در يك سیستم خطي پاسخ سیستم به تمام مقادير ورودی هاي سیستم تصویربرداري یکسان است.

تعريف سيستم خطي

یک سيستم نوري خوب هنگامي خطي است که از بر هم نهي (Superposition) دو نقطه نوراني، تصوير جديدي حاصل شود که معادل بر هم نهي تصاویر جداگانه آنها در صفحه تصوير باشد.

$$f_1(x, y) \longrightarrow g_1(x, y) \quad \& \quad f_2(x, y) \longrightarrow g_2(x, y)$$

$$f_1(x, y) + f_2(x, y) \longrightarrow g_1(x, y) + g_2(x, y)$$

$$\text{Also } af_1(x, y) \longrightarrow ag_1(x, y) \quad \& \quad af_2(x, y) \longrightarrow ag_2(x, y)$$

Linear superposition:

$$g'(x, y) + g''(x, y) = h(x, y, \alpha', \beta')[f'(\alpha', \beta') + f''(\alpha', \beta')]$$

Additive component in object lead to additive component in image.

To link the spaces:

$$g(x, y) = \iint h(x, y, \alpha, \beta) f(\alpha, \beta) d\alpha d\beta$$

یک سیستم LSI توسط Convolution integral تعریف می شود.

Shift-invariant Systems

تعريف سيستم

- (1) در يك سيستم اپتيكي خوب اگر يك نقطه نوراني (Point-Source) در صفحه اي عمود بر محور نوري حرکت کند ، شکل تصوير حاصل تغيير نمي کند (undistortion).
- (2) در اين نوع سيستم ، جابجايي (shift) اطلاعات در ورودي يك سيستم منتهي به جابجايي اطلاعات در خروجي با پاسخ يكسان مي شود و طبيعت خروجي با اين جابجايي عوض نميشود.
- (3) در اين نوع سيستم پاسخ سيستم به تمام نقاط (زمان يا مکان) ورودي سيستم (مثلا بافت مورد تصويربرداري) يكسان است.

Shift-invariant Systems

تعريف سيستم

4) اگر جابجايي منبع به اندازه dx باعث جابجايي تصوير به اندازه Adx شود (جائي كه A ثابت است و بستگي به مكان ندارد اين سيستم (shift invariant) مي باشد

$$\mathbf{f}(x, y) \longrightarrow \mathbf{g}(x, y) \quad \Rightarrow$$

$$\mathbf{f}(x - X, y - Y) \longrightarrow \mathbf{g}(x - X, y - Y)$$

Space-invariant PSF:

point process is the same for all locations of object point \equiv

h depends only on difference coordinates $(x - \alpha, y - \beta)$:

$$g(x, y) = \iint h(x - \alpha, y - \beta) f(\alpha, \beta) d\alpha d\beta$$

Simple notation:

$$g(x, y) = h(x, y) * f(x, y)$$

In Fourier space:

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v)$$

separability:

$$h(x - \alpha, y - \beta) = h'(x - \alpha)h''(y - \beta)$$

$$g(x, y) = \int h'(x - \alpha) f(\alpha, \beta) d\alpha \int h''(y - \beta) f(\alpha, \beta) d\beta$$

shift variant PSF

■ در شرایطی که تابع h حساس به جابجایی (shift variant) باشد، تاثیر آن در نقاط مختلف تصویر متفاوت است و h تابعی از زمان و مکان می شود و لذا در نمایش ماتریسی داریم:

$$g = A.f$$

■ g , f نمایش برداری شیء و تصویر (با اندازه n^2) و A ماتریس $n^2 * n^2$ مربوط به PSF است. یعنی برای هر نقطه تصویر یک PSF جداگانه ای بکار رفته است.

$$\begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ g_{n^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A'_1 & A'_2 & \cdot & \cdot & A'_{n^2} \\ A''_1 & A''_2 & \cdot & \cdot & A''_{n^2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ A^x_1 & A^x_2 & \cdot & \cdot & A^x_{n^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ f_{n^2} \end{bmatrix}$$

computing $g(x,y)$ is like computing the center of gravity of some $f(i,j)$ color values affected by the weights in the filter matrix

$$g(x, y) = \frac{1}{\sum_{i,j} h(i, j)} \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{N-1} h(j, i) f(x - j, y - i)$$

Matrix Convolution

Filter impulse response bitmap:

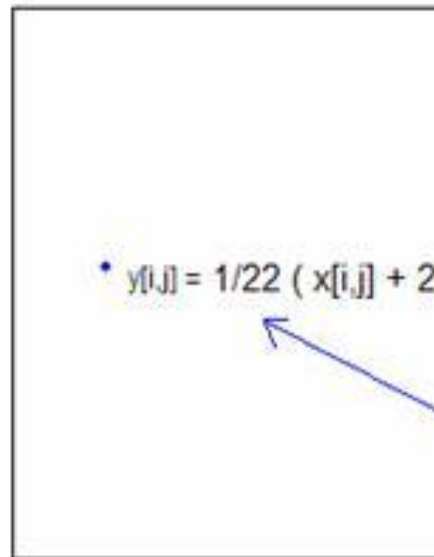
2	2	3
2	1	3
3	3	3

The $1/22$ below is called normalising factor, and enables the $y[i,j]$ value to always stay between 0-255, whatever the values of the $x[i,j]$ may be. Indeed $y[i,j]$ is nothing else but the center of gravity (center of mass) of some $x[i,j]$ color values affected by the weights (the importance) in the filter matrix.

Source Bitmap X



Output Bitmap Y



22 = sum of the matrix filter coefficients

Convolution integral= convolution of object with PSF

- Impulse response
- Point spread function (PSF)
- Convolution matrixes
- Filter impulse response
- Filter kernel represent
 - are the same thing

Deconvolution can be done to remove
any degradations by PSF

Impulse Response Function

- پاسخ یک سیستم در مقابل یک تابع ضربه ای حقیقی (point source) با ترکیب شدن (convolution) آن دو بدست می آید.
- خروجی یا تصویر حاصل تعیین کننده خصوصیات سیستم است که بصورت محوی (blurring) در بعد مکان و یا زمان اتفاق می افتد.
- لذا PSF مشخصه و تاثیر سیستم بر روی سیگنال ورودی را تعیین میکند

$$x(t) \rightarrow \boxed{\text{PSF} = h(t)} \rightarrow y(t)$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t - \tau) x(\tau) d\tau$$

Transfer Function:

هر سیستم همچنین یک تابع انتقال مختلط دارد که وقتی با یک سیگنال هارمونیک ورودی ضرب می‌شود یک خروجی هارمونیک حاصل می‌شود:

$$x(t) = e^{j\omega t} = \cos(\omega t) + j \sin(\omega t)$$

این سیگنال یک بردار با طول واحد است که در صفحه مختصاتی گردان با سرعت زاویه‌ای ω می‌چرخد.

Transfer Function:

■ بنا به خصوصیات يك سیستم هارمونيك برای خروجی داریم:

$$y(t) = K(\omega) x(t)$$

$K(\omega)$ = Frequency Dependent Complex Function

برای مقدار مختلط و حقیقی سیستم داریم:

$$K(\omega) = A(\omega)e^{j\Phi(\omega)}$$

$$\text{Im}\{K(\omega)\} = A(\omega)\sin(\Phi)$$

$$\text{Re}\{K(\omega)\} = A(\omega)\cos(\Phi)$$

برای مقدار حقیقی سیگنال ورودی و خروجی داریم:

$$\text{Re}\{x(t)\} = \text{Re}\{e^{j\omega t}\} = \cos(\omega t) \quad \text{Input}$$

$$\text{Re}\{y(t)\} = A(\omega)\cos(\omega t + \Phi) \quad \text{Output}$$

$A(\omega)$ = Real- value Function of frequency

Sinusoidal Signal = Real Part of a Harmonic Signal